

---

## HPLP100 - Calcul du taux de restitution de l'énergie d'une plaque fissurée en thermo-élasticité

---

### Résumé

Il s'agit d'un test en thermo-élasticité pour un problème bidimensionnel. On considère une plaque rectangulaire fissurée et on se place dans l'hypothèse des déformations planes.

Dans **la modélisation A**, le taux de restitution de l'énergie est calculé en post-traitement par deux méthodes différentes :

- calcul classique par la méthode thêta,
- calcul par la formule d'IRWIN à partir des coefficients d'intensité de contraintes  $KI$  et  $KII$ .

Ces deux calculs sont réalisés sur 4 couronnes d'intégration différentes. Leur intérêt est de comparer les valeurs de  $G$  et de  $G(IRWIN)$  par rapport à la solution de référence et de tester l'invariance des calculs par rapport aux différentes couronnes d'intégration.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Il s'agit d'une plaque rectangulaire fissurée (on ne représente que le quart de la structure) :

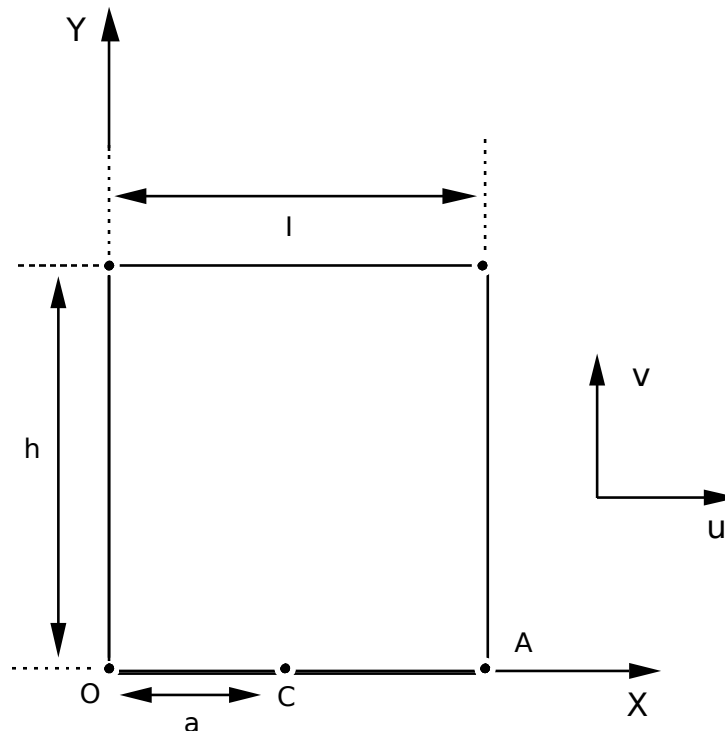


Figure 1.1-a : Plaque rectangulaire fissurée

Les dimensions de cette plaque sont les suivantes :

Demi-hauteur de la plaque :  $h = 200.0 \text{ mm}$   
 Demi-largeur de la plaque :  $I = 100.0 \text{ mm}$   
 Demi-longueur de la fissure :  $a = 50.0 \text{ mm}$

### 1.2 Propriétés du matériau

Propriétés thermiques :  $C_p = 0$ .  
 $\lambda = 1.0 \text{ W / m}^\circ\text{C}$   
 Propriétés mécaniques :  $E = 200000 \text{ MPa}$   
 $\nu = 0.3$   
 $\alpha = 5.10^{-6} / ^\circ\text{C}$

Nous sommes dans l'hypothèse des déformations planes

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

- Température imposée en  $X=0$ . :  $T = -100.0^\circ\text{C}$
- Température imposée en  $X=100$  :  $T = +100.0^\circ\text{C}$
- Déplacement pour  $a < X < I$ ,  $Y=0$ . :  $v=0$ .
- Déplacement pour  $0 < X < I$ ,  $Y=H$  :  $v=0$ .

- Déplacement pour  $X=0$  ,  $Y=H$  :  $u=0$ .

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est issue de WILSON et YU [bib1] :

$$K_I = \frac{E \alpha T_0}{1 - \nu} F \sqrt{\pi a} \quad F = 0.154$$

$a$  en mm  
 $E$  en N/mm<sup>2</sup>

$$K_I = 92.0291$$

En déformations planes, la formule d'IRWIN donne :  $G = \frac{(1 - \nu^2)}{E} (K_I^2 + K_{II}^2)$

soit numériquement :  $G = 3.8535 \cdot 10^{-1}$

### 2.2 Résultats de référence

Les résultats de référence sont ceux issus de la solution de référence de WILSON et YU [bib1] :

$$G = 3.8535 \cdot 10^{-1}$$
$$K_I = 92.0291$$
$$K_{II} = 0.$$

### 2.3 Références bibliographiques

- 1) The Use of J-Integrals in thermal stress crack problems - International Journal of Fracture (1979) WILSON and YU.
- 2) Qualification complémentaire des codes INCA/MAYA en thermo-élasticité linéaire. Note technique DRE/STRE/LMA 84/598

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il y a 4 couronnes définies par la commande `CALC_G` :

Couronne 1 :	$R_{inf} = 10.$	$R_{sup} = 40.$
Couronne 2 :	$R_{inf} = 15.$	$R_{sup} = 45.$
Couronne 3 :	$R_{inf} = 5.$	$R_{sup} = 47.$
Couronne 4 :	$R_{inf} = 3.$	$R_{sup} = 48.$

Le fond de fissure est défini par `DEFI_FOND_FISS`, et pour chaque couronne on effectue :

- un calcul de  $G$  classique (option `CALC_G` de `CALC_G`),
- un calcul de  $G$  par la formule d'IRWIN à partir des coefficients d'intensité de contraintes  $K_I$  et  $K_{II}$  (option `CALC_K_G` de `CALC_G`).

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 853

Nombre de mailles et types : 359 mailles `TRIA6` et 27 mailles `QUAD8`

### 3.3 Valeurs testées et résultats de la modélisation A

Les valeurs testées sont celles de  $G$  obtenues par la méthode classique et celle de  $G_{IRWIN}$  obtenues par la formule d'IRWIN à partir des coefficients d'intensité de contraintes :

Identification	Référence	Tolérance
Couronne 1 $G$	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	8,00%
Couronne 1 $G_{IRWIN}$	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	8,00%
Couronne 2 $G$	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	8,00%
Couronne 2 $G_{IRWIN}$	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	8,00%
Couronne 3 $G$	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	8,00%
Couronne 3 $G_{IRWIN}$	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	8,00%
Couronne 4 $G$	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	8,00%
Couronne 4 $G_{IRWIN}$	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	8,00%

### 3.4 Remarques

Les valeurs numériques sont stables par rapport aux différentes couronnes d'intégration et quasiment identiques pour les deux méthodes de calcul. Néanmoins l'écart avec les valeurs de référence est de l'ordre de 6 à 7% , ce qui semble élevé.

## 4 Synthèses des résultats

---

Lors de la **première modélisation**, l'écart avec les valeurs de référence est de 6 à 7%. La validation indépendante du lot mécanique de la rupture devrait apporter des éléments de réponse sur la validité de  $G$  en thermo-élasticité.