

HSNV101 - Thermo-plasticité et métallurgie découplées en traction simple

Résumé :

On traite la détermination de l'évolution mécanique d'un barreau cylindrique soumis à des évolutions thermiques $T(t)$ et métallurgiques $Z(t)$ connues et uniformes (la transformation métallurgique est de type bainitique).

Les éléments utilisés sont des éléments axisymétriques et la relation de comportement est la plasticité de Von Mises avec écrouissage isotrope linéaire (pour la modélisation B, on tient également compte de la plasticité de transformation).

La limite élastique et la pente de la courbe de traction dépendent de la température et de la composition métallurgique.

Le coefficient de dilatation α dépend de la composition métallurgique.

Les transformations métallurgiques ont lieu à $\dot{\epsilon}^p = 0$ (c'est en ce sens que le test **découple** la plasticité de transformation de la plasticité classique).

Les résultats fournis par *Code_Aster* sont très satisfaisants avec des erreurs inférieures à 2 % .

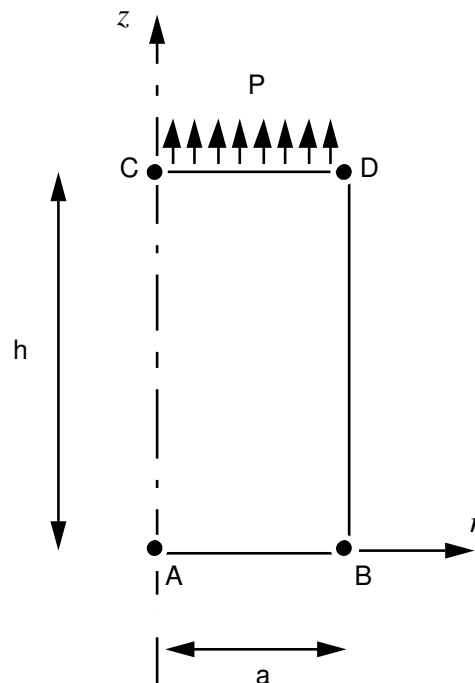
Les modélisations A, B, D utilisent des maillages composé de deux mailles QUAD8, la modélisation C utilise des mailles TRIA6, et la modélisation E valide la métallurgie sur point matériel.

Les modélisations A, C et E utilisent le comportement META_P_IL, la modélisation B valide le comportement META_P_IL_PT, et la modélisation D utilise META_P_CL.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Rayon : $a = 0.05 \text{ m}$.
Hauteur : $h = 0.2 \text{ m}$.



1.2 Propriétés des matériaux

La convention suivante est adoptée afin de distinguer les paramètres de la phase chaude (austénitique) des paramètres des phases froides (ferrito-perlitique, bainitique et martensitique) :

- **aust* = caractéristiques relatives à la phase austénitique
- **fbm* = caractéristiques relatives aux phases ferrito-perlitique, bainitique et martensitique

Paramètres métallurgiques :

TRC pour modéliser une évolution métallurgique de type bainitique, sur toute la structure, de la forme :

$$Z_{fbm} = \begin{cases} 0. & \text{si } t \leq \tau_1 & \tau_1 = 60 \text{ s} \\ \frac{t - \tau_1}{\tau_2 - \tau_1} & \text{si } \tau_1 \leq t < \tau_2 & \tau_2 = 112 \text{ s} \\ 1. & \text{si } t \geq \tau_2 \end{cases}$$

Paramètres thermiques :

Capacité calorifique : $\rho C_p = 2.10^6 \text{ J.m}^{-3} . \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Conductivité : $\lambda = 9999.9 \text{ W.m}^{-1} . \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Paramètres thermo-mécaniques :

- Paramètres thermo-élastiques :

Module d'Young $E = 200000 \cdot 10^6 \text{ Pa}$
Coefficient de Poisson $\nu = 0.3$
Coefficients de dilatation thermique

$$\alpha_{fbm} = 15 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\alpha_{aust} = 23.5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Température de définition du coefficient de dilatation : $T_{ref} = 900 \text{ } ^\circ\text{C}$

État de déformation thermique de référence : $\Delta \varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}} = 2.52 \cdot 10^{-3}$

Limite d'élasticité :

$$\sigma_y^{fbm} = \sigma_0^{fbm} + s^{fbm} (T - T^0) \text{ avec } \sigma_0^{fbm} = 400 \cdot 10^6 \text{ Pa et } s^{fbm} = 0.5 \cdot 10^6 \text{ Pa. } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\sigma_y^{aust} = \sigma_0^{aust} + s^{aust} (T - T^0) \text{ avec } \sigma_0^{aust} = 530 \cdot 10^6 \text{ Pa et } s^{aust} = 0.5 \cdot 10^6 \text{ Pa. } ^\circ\text{C}^{-1}$$

- Paramètres thermo-plastiques (loi avec écrouissage linéaire)

Modules tangents : E_T^{fbm} et E_T^{aust} sont choisis tel que :

$$H^{fbm} = H_0^{fbm} + \lambda^{fbm} (T - T^0) \text{ avec } H_0^{fbm} = -50 \cdot 10^6 \text{ Pa et } \lambda^{fbm} = -5 \cdot 10^6 \text{ Pa. } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$H^{aust} = H_0^{aust} + \lambda^{aust} (T - T^0) \text{ avec } H_0^{aust} = 1250 \cdot 10^6 \text{ Pa et } \lambda^{aust} = -5 \cdot 10^6 \text{ Pa. } ^\circ\text{C}^{-1}$$

On rappelle que $H = \frac{EE_T}{E - E_T}$

- Paramètres pour la plasticité de transformation :

Rappel :

Dans le cas d'une évolution métallurgique de type bainitique, le modèle de la plasticité de transformation est le suivant :

$$\dot{\varepsilon}^{pt} = \frac{3}{2} \tilde{\sigma} k^{fbm} F'(Z_{fbm}) \dot{Z}_{fbm}$$

Paramètres du modèle : $k^{fbm} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ et $F'(Z_{fbm}) = 2(1 - Z_{fbm})$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- $u_z = 0$ sur le côté AB (condition de symétrie).
- traction imposée sur le côté CD

$$p(t) = \begin{cases} p_0 t & \text{si } t < \tau_1 \\ p_0 \tau_1 & \text{si } t \geq \tau_1 \end{cases}$$

avec $p_0 = 6 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ et $\tau_1 = 60 \text{ s}$
- température imposée sur toute la structure :
$$T(t) = T^0 + \mu t$$

avec $\mu = -5 \text{ } ^\circ\text{C. s}^{-1}$

1.4 Conditions initiales

$$T^o = 900^{\circ} \text{ C} = T^{ref}$$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Avant transformation, solution thermo-élastique pour $t < \tau_1'$.

$$\begin{cases} \varepsilon_{zz}(t) = \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) \\ \sigma_{zz}(t) = p_0 t \\ \varepsilon_{zz}^e(t) = \frac{\sigma_{zz}(t)}{E} \\ \varepsilon_{zz}^{th}(t) = \alpha_{aust}(T - T^0) \end{cases}$$

La limite élastique est atteinte pour :

$$\tau_1' = \frac{\sigma_0^{aust}}{p_0 - s^{aust} \mu} = 47.06 \text{ s}$$

Avant transformation, solution thermo-élasto-plastique, $\tau_1' \leq t \leq \tau_1$, $\tau_1 = 60 \text{ s}$.

$$\begin{cases} \varepsilon_{zz}(t) = \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) + \varepsilon_{zz}^p(t) \\ \sigma_{zz}(t) = p_0 t \\ \varepsilon_{zz}^e(t) = \frac{\sigma_{zz}(t)}{E} \\ \varepsilon_{zz}^{th}(t) = \alpha_{aust}(T - T^0) \\ \varepsilon_{zz}^p(t) = \frac{\sigma_{zz}(t) - (\sigma_0^{aust} + s^{aust} \mu t)}{H_0^{aust} + \lambda^{aust} \mu t} \end{cases}$$

Pendant la transformation, solution thermo-élasto-métallurgique, $\tau_1 < t < \tau_2$, $\tau_2 = 112 \text{ s}$.

$$\begin{cases} \varepsilon_{zz}(t) = \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) + \varepsilon_{zz}^p(\tau_1) + \varepsilon_{zz}^{pt}(t) \\ \sigma_{zz}(t) = p_0 \tau_1 \\ \varepsilon_{zz}^e(t) = \frac{\sigma_{zz}(t)}{E} \\ \varepsilon_{zz}^{th}(t) = Z_{aust} \alpha_{aust}(T - T^0) + Z_{fbm} (\alpha_{fbm}(T - T^0) + \Delta \varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}) \\ \varepsilon_{zz}^{pt}(t) = k^{fbm} F(Z_{fbm}) p_0 \tau_1 \end{cases}$$

$$\text{avec } F(Z_{fbm}) = Z_{fbm}(1 - Z_{fbm})$$

Après la transformation, solution thermo-élasto-plastique, $\tau_2 < t < \tau_3$, $\tau_3 = 176 \text{ s}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{zz}(t) = \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) + \varepsilon_{zz}^p(t) + \varepsilon_{zz}^{pl}(\tau_2) \\ \sigma_{zz}(t) = p_0 \tau_1 \\ \varepsilon_{zz}^e(t) = \frac{\sigma_{zz}(t)}{E} \\ \varepsilon_{zz}^{th}(t) = \alpha_{fbm} (T - T^0) + \Delta \varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}} \\ \varepsilon_{zz}^p(t) = \frac{\sigma_{zz}(t) - (\sigma_0^{fbm} + s^{fbm} \mu t)}{H_0^{fbm} + \lambda^{fbm} \mu t} \end{array} \right.$$

2.2 Résultats de référence

ε_{zz}^p , λ , σ_{zz} et ε_{zz} pour $t=47, 48, 64$ et 114 secondes.

ε_{zz}^p pour $t=60$ et 176 secondes.

ε_{zz}^{th} , ε_{zz}^{meca} et ε_{zz}^{plas} dans le cas des modélisations B et D, pour $t=47, 48, 64$ et 114 secondes.

avec :

ε^{meca} : déformations mécaniques

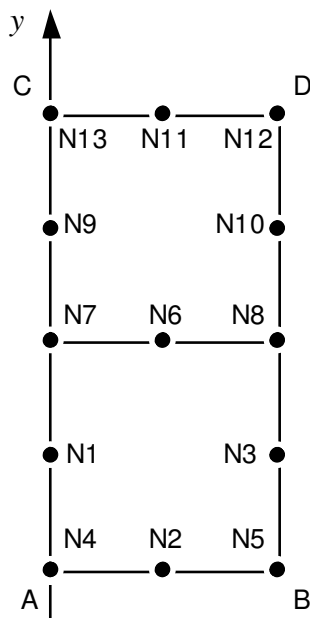
ε^{plas} : déformations plastiques (incluant la plasticité de transformation)

2.3 Références bibliographiques

- 1) DONORE A.M. - WAECKEL F. : Influence des transformations structurales dans les lois de comportement élasto-plastiques Note HI-74/93/024.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



$$A=N4, B=N5, C=N13, D=N12.$$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13

Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Référence
INST pour NUME ORDRE= 7 0	176
ITER_GLOB pour NUME ORDRE=70	5

Identification	Référence	Test	Tolérance
ε_{zz}^p $t=47 s$	0	ANALYTIQUE	1,0E-12 (absolu)
χ $t=47 s$	0	ANALYTIQUE	1,0E-12 (absolu)
σ_{zz} $t=47 s$	282. 10 ⁶	ANALYTIQUE	0,1 %
ε_{zz} $t=47 s$	-4.1125 10 ⁻³	ANALYTIQUE	0,1 %
ε_{zz}^p $t=48 s$	3.2653 10 ⁻³	ANALYTIQUE	0,15 %
χ $t=48 s$	1	ANALYTIQUE	0,1 %
σ_{zz} $t=48 s$	288. 10 ⁶	ANALYTIQUE	0,1 %
ε_{zz} $t=48 s$	-9.3469 10 ⁻⁴	ANALYTIQUE	0,007 %
ε_{zz}^p $t=60 s$	0.04	ANALYTIQUE	0,1 %
ε_{zz}^p $t=64 s$	0.040	ANALYTIQUE	0,022 %
χ $t=64 s$	0	ANALYTIQUE	1,0E-12 (absolu)
σ_{zz} $t=64 s$	360. 10 ⁶	ANALYTIQUE	0,01 %
ε_{zz} $t=64 s$	3.4683 10 ⁻²	ANALYTIQUE	0,025 %
ε_{zz}^p $t=114 s$	0.04107	ANALYTIQUE	0,01 %
χ $t=114 s$	1	ANALYTIQUE	0,1 %
σ_{zz} $t=114 s$	360. 10 ⁶	ANALYTIQUE	0,020 %
ε_{zz} $t=114 s$	0.03684	ANALYTIQUE	0,026 %
ε_{zz}^p $t=176 s$	0.06206	ANALYTIQUE	0,20%

3.4 Remarques

Dans cette modélisation : $\varepsilon_{zz}^{pl} = 0$

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Le maillage et les données sont identiques à la modélisation A ; la seule différence vient du comportement META_P_IL_PT (prise en compte de la plasticité de transformation)

4.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Test	Tolérance
ε_{zz}^p $t=47 s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=47 s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=47 s$	$282. 10^6$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=47 s$	$-4.1125 10^{-3}$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th} $t=47 s$	-0.005225	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=47 s$	0.00141	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=47 s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^p $t=48 s$	$3.2653 10^{-3}$	ANALYTIQUE	1.1 %
χ $t=48 s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=48 s$	$288. 10^6$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=48 s$	$-9.3469 10^{-4}$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th} $t=48 s$	-0.00564	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=48 s$	0.004705	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=48 s$	0.0032653	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^p $t=60 s$	0.04	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^p $t=64 s$	0.04	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=64 s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=64 s$	$360. 10^6$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=64 s$	$4.00085 10^{-2}$	ANALYTIQUE	0.2 %
ε_{zz}^{th} $t=64 s$	-0.007117	ANALYTIQUE	0.2 %
ε_{zz}^{meca} $t=64 s$	0.047125	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=64 s$	0.04533	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^p $t=114 s$	0.041071	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=114 s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=114 s$	$360. 10^6$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=114 s$	0.072841	ANALYTIQUE	2.0 %
ε_{zz}^{th} $t=114 s$	-0.00603	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=114 s$	0.07887	ANALYTIQUE	2.0 %
ε_{zz}^{plas} $t=114 s$	0.07707	ANALYTIQUE	2.0 %
ε_{zz}^p $t=176 s$	0.062069	ANALYTIQUE	0.1 %

4.3 Remarques

Dans cette modélisation, on prend en compte le terme dû à la plasticité de transformation :

$$\dot{\varepsilon}^{pt}(T, Z) \neq 0 \text{ lorsque } \dot{Z} \neq 0$$

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Identique à la modélisation A, seul le maillage est différent (mailles triangulaires).

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13

Nombre de mailles et types : 4 mailles TRIA6

5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Référence
INST pour NUME ORDRE= 7 0	176
ITER_GLOB pour NUME ORDRE=70	5

Identification	Référence	Test	Tolérance
ε_{zz}^p $t=47 s$	0	ANALYTIQUE	1,0E-12 (absolu)
χ $t=47 s$	0	ANALYTIQUE	1,0E-12 (absolu)
σ_{zz} $t=47 s$	282. 10 ⁶	ANALYTIQUE	0,1 %
ε_{zz} $t=47 s$	-4.1125 10 ⁻³	ANALYTIQUE	0,1 %
ε_{zz}^p $t=48 s$	3.2653 10 ⁻³	ANALYTIQUE	0,15 %
χ $t=48 s$	1	ANALYTIQUE	0,1 %
σ_{zz} $t=48 s$	288. 10 ⁶	ANALYTIQUE	0,1 %
ε_{zz} $t=48 s$	-9.3469 10 ⁻⁴	ANALYTIQUE	0,007 %
ε_{zz}^p $t=60 s$	0.04	ANALYTIQUE	0,1 %
ε_{zz}^p $t=64 s$	0.040	ANALYTIQUE	0,022 %

χ	$t=64 s$	0	ANALYTIQUE	1,0E-12 (absolu)
σ_{zz}	$t=64 s$	$360. 10^6$	ANALYTIQUE	0,01 %
ε_{zz}	$t=64 s$	$3.4683 10^{-2}$	ANALYTIQUE	0,025 %
ε_{zz}^p	$t=114 s$	0.04107	ANALYTIQUE	0,01 %
χ	$t=114 s$	1	ANALYTIQUE	0,1 %
σ_{zz}	$t=114 s$	$360. 10^6$	ANALYTIQUE	0,020 %
ε_{zz}	$t=114 s$	0.03684	ANALYTIQUE	0,026 %
ε_{zz}^p	$t=176 s$	0.06206	ANALYTIQUE	0,20%

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage identique à celui de la modélisation A.
Ecrouissage cinématique linéaire : META_P_CL

6.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Test	Tolérance
ε_{zz}^p $t=47 s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=47 s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=47 s$	$282. 10^6$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=47 s$	$-4.1125 10^{-3}$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th} $t=47 s$	-0.0055225	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=47 s$	0.00141	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=47 s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^p $t=48 s$	$3.2653 10^{-3}$	ANALYTIQUE	1.1 %
χ $t=48 s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=48 s$	$288. 10^6$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=48 s$	$-9.3469 10^{-4}$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th} $t=48 s$	-0.00564	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=48 s$	0.004705	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=48 s$	0.0032653	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^p $t=60 s$	0.04	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^p $t=64 s$	0.04	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=64 s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=64 s$	$360. 10^6$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=64 s$	3.466810^{-2}	ANALYTIQUE	0.1 %

ε_{zz}^{th}	$t = 64 s$	-0.007117	ANALYTIQUE	0.2 %
ε_{zz}^{meca}	$t = 64 s$	0.04180	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas}	$t = 64 s$	0.04	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^p	$t = 114 s$	0.04107	ANALYTIQUE	0.1 %
χ	$t = 114 s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz}	$t = 114 s$	$360. 10^6$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}	$t = 114 s$	0.036841	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th}	$t = 114 s$	-0.00603	ANALYTIQUE	0.2 %
ε_{zz}^{meca}	$t = 114 s$	0.0428701	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas}	$t = 114 s$	0.04107	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^p	$t = 176 s$	0.06206	ANALYTIQUE	0.20%
ε_{zz}^p	$t = 206 s$	0.062069	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz}	$t = 206 s$	$180. 10^6$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}	$t = 206 s$	0.052288	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th}	$t = 206 s$	-0.01068	ANALYTIQUE	0.2 %
ε_{zz}^{meca}	$t = 206 s$	0.062968	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas}	$t = 206 s$	0.062069	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^p	$t = 251 s$	0	ANALYTIQUE	0.1 % (absolu)
σ_{zz}	$t = 251 s$	$-90. 10^6$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}	$t = 251 s$	-0.01113	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th}	$t = 251 s$	-0.01068	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca}	$t = 251 s$	-0.00045	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas}	$t = 251 s$	0	ANALYTIQUE	0.1 % (absolu)
ε_{zz}^p	$t = 296 s$	-0.062069	ANALYTIQUE	0.1 % (absolu)
σ_{zz}	$t = 296 s$	$-360. 10^6$	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}	$t = 296 s$	-0.07455	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th}	$t = 296 s$	-0.01068	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca}	$t = 296 s$	-0.063869	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas}	$t = 296 s$	-0.062069	ANALYTIQUE	0.1 % (absolu)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Point matériel (utilisation de SIMU_POINT_MAT)

7.2 Grandeurs testées et résultats

On teste les paramètres de la structure de données résultats (mêmes valeurs de référence que la modélisation A)

Identification	Référence	Tolérance
ε_{zz}^p $t = 114 s$	0.04107	0,0001 %
ε_{zz} $t = 114 s$	0.03684	0,0001 %
ε_{zz}^p $t = 176 s$	0.06206	0,0001 %

8 Synthèse des résultats

Les résultats trouvés avec *Code_Aster* sont très satisfaisants, avec des pourcentages d'erreur inférieurs à 0.025% sauf pour la déformation à l'instant 114 s où l'erreur atteint 2% pour la modélisation B.