

Dynamique probabiliste du circuit primaire et des assemblages combustibles

Prise en compte des incertitudes et de la variabilité
des modèles et des chargements

Simon CAMBIER, Sophie LAMARCHE, Émile LUZZATO



EDF R&D
Département Analyses Mécaniques et Acoustique

Christophe DESCELIERS, Christian SOIZE



Université de Marne-La-Vallée
Laboratoire de Mécanique

Dynamique probabiliste du circuit primaire et des assemblages combustibles

- 1. Modèle probabiliste en dynamique &
Principe de la méthode probabiliste non paramétrique**
- 2. Incertitudes de modèle : Étude du circuit primaire**
- 3. Variabilité du chargement en plus : Assemblages combustibles**

Incertitudes sur le modèle

1. Modèle probabiliste en dynamique et Principe de la méthode probabiliste non paramétrique

Modèle *probabiliste* en dynamique

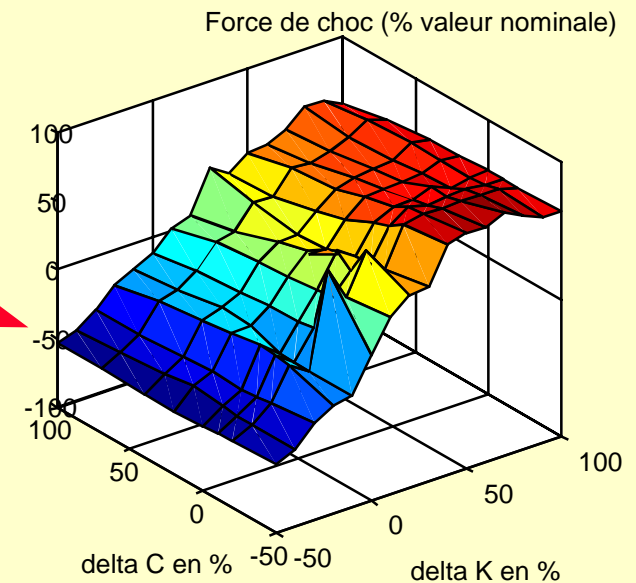
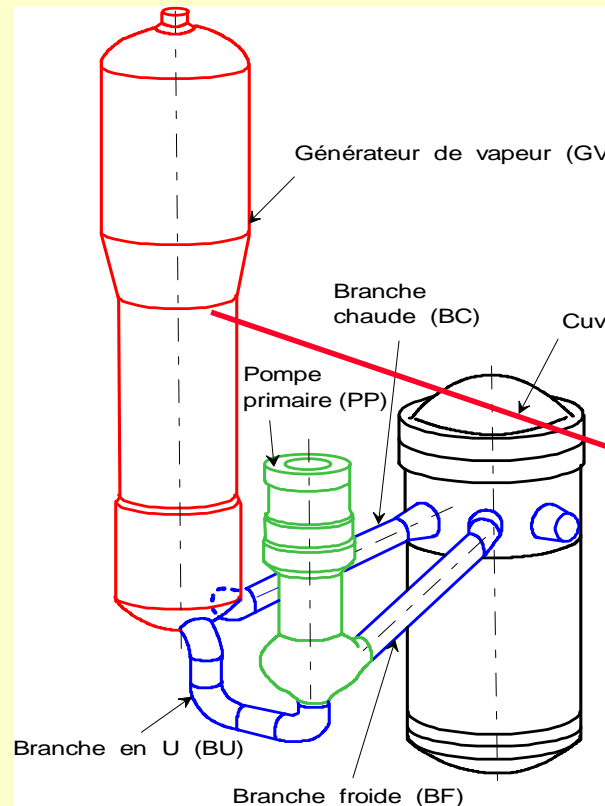
Pourquoi ?

Une **petite variation des paramètres** peut engendrer une **grande variation de la réponse** de la structure

⇒ Dispersion constatée *in situ*

⇒ Sensibilité des modèles vis-à-vis des données

Intégrer l'approche probabiliste dans les études pour contribuer à leur réalisme et à leur robustesse



Modèle probabiliste en dynamique

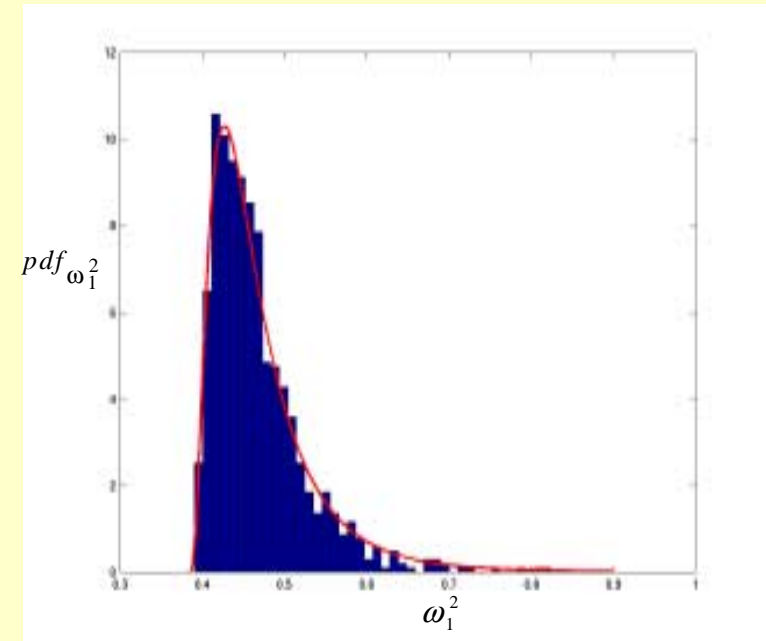
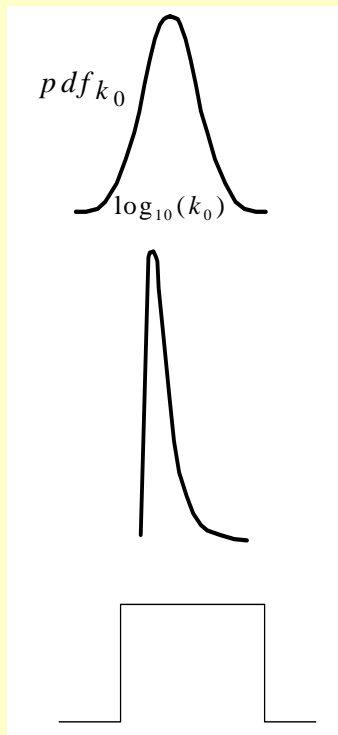
L'approche probabiliste **paramétrique** classique

- Chaque paramètre incertain est modélisé par une variable aléatoire
- L'incertitude est "propagée" (par la méthode de Monte Carlo par exemple)
- Les statistiques des grandeurs résultats sont calculées

Données : pdf des **paramètres**

Modèle mécanique

résultat



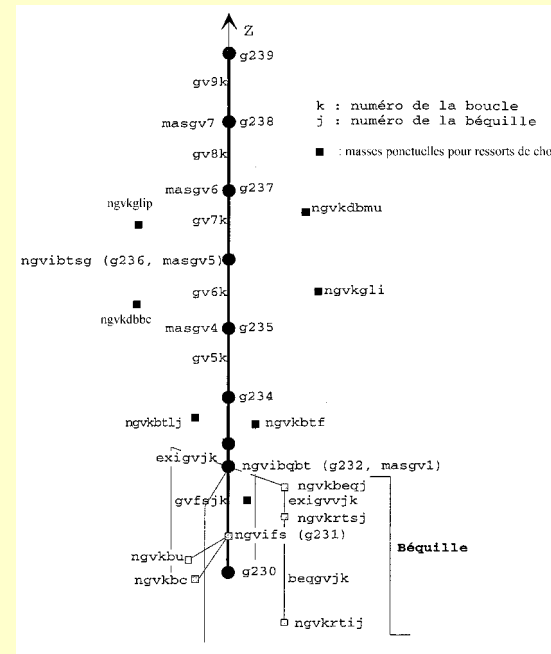
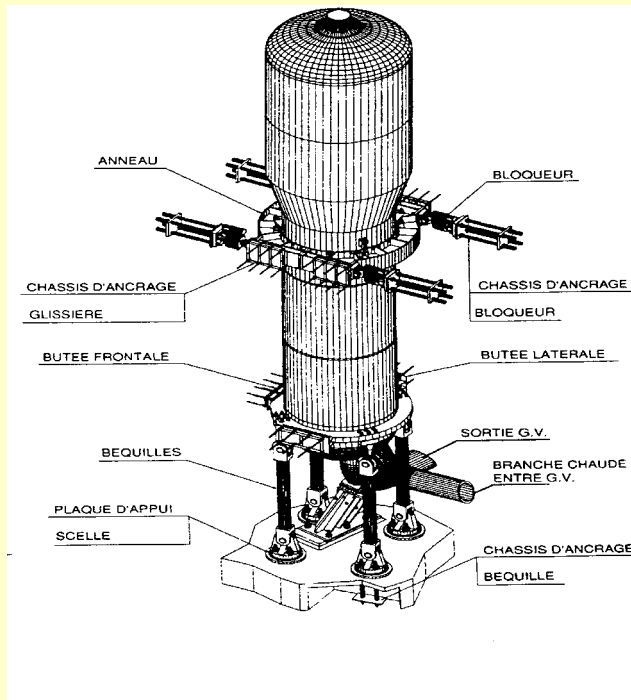
Modèle probabiliste en dynamique

Pourquoi une approche **NON paramétrique** ?

Nombreux paramètres incertains

- Difficulté du choix des paramètres à rendre aléatoires
(ex: jonctions et conditions aux limites)
- Lourdeur de la mise en place pratique

Incertitudes de modélisation



Approche probabiliste non paramétrique

Principe : Modèle et information de base

Équation non linéaire du modèle matriciel réduit «moyen» (déterministe) :

$$[\underline{M}_n] \cdot \underline{\ddot{q}}^n(t) + [\underline{D}_n] \cdot \underline{\dot{q}}^n(t) + [\underline{K}_n] \cdot \underline{q}^n(t) = \underline{F}^n(t) + \underline{F}_c^n(t, \underline{q}^n(t), \underline{\dot{q}}^n(t); \underline{w})$$

(paramètres de la
partie non linéaire)

Construction du modèle probabiliste :

$$[\mathbf{M}_n] \cdot \ddot{\mathbf{Q}}^n(t) + [\mathbf{D}_n] \cdot \dot{\mathbf{Q}}^n(t) + [\mathbf{K}_n] \cdot \mathbf{Q}^n(t) = \mathbf{F}^n(t) + \mathbf{F}_c^n(t, \mathbf{Q}^n(t), \dot{\mathbf{Q}}^n(t); \mathbf{W})$$

Information disponible sur la matrice de masse généralisée :

1. $[\mathbf{M}_n] \in \mathbf{M}_n^+(\mathbb{R})$
2. $E\{[\mathbf{M}_n]\} = [\underline{M}_n]$
3. $E\{\|[\mathbf{M}_n]^{-1}\|_F^2\} < +\infty \longrightarrow E\{\ln(\det[\mathbf{M}_n])\} = v_{\mathbf{M}}$

Idem pour les matrices de raideur et d'amortissement généralisées

Approche probabiliste mixte paramétrique et non p.

Principe : densité de probabilité des matrices généralisées

$$[\mathbf{M}_n] \ddot{\mathbf{Q}}^n(t) + [\mathbf{D}_n] \dot{\mathbf{Q}}^n(t) + [\mathbf{K}_n] \mathbf{Q}^n(t) = \mathbf{F}^n(t) + \mathbf{F}_c^n(t, \mathbf{Q}^n(t), \dot{\mathbf{Q}}^n(t); \mathbf{W})$$

Application du principe du maximum d'entropie

Application du principe du maximum d'entropie

avec les contraintes :

$$\begin{aligned} [\mathbf{M}_n] &\in \mathbf{M}_n^+(\mathbb{R}) \\ E\{[\mathbf{M}_n]\} &= [\underline{M}_n] \\ E\{\|[\mathbf{M}_n]^{-1}\|_F^2\} &< +\infty \end{aligned}$$

$$\rightarrow E\{\ln(\det[\mathbf{M}_n])\} = \nu_M$$

avec les contraintes :

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{W}\} &= \underline{w} \\ \mathbf{W} &\in \mathbb{R}^+ \\ E\{\mathbf{W}/\delta^2\} &< +\infty \end{aligned}$$

$$\rightarrow E\{\ln(\mathbf{W})\} = \nu_W$$

Modèle probabiliste non paramétrique

Modèle probabiliste paramétrique

$$P_{[\mathbf{M}_n]} = c_{[\mathbf{M}_n]} \cdot (\det([\mathbf{M}_n]))^{l(n)-1} \cdot \exp\left(-\frac{(n-1+2l(n))}{2} \text{tr}\{[\mathbf{M}_n]^{-1}[\mathbf{M}_n]\}\right) \cdot \mathbf{1}_{\mathbf{M}_n^+(\mathbb{R})} \cdot 2^{n(n-1)/4} \prod_{1 \leq i < j \leq n} dM_{ij}$$

→ loi gamma :

$$P_{\mathbf{W}} = \mathbf{1}_{[0,+\infty[}(w) \frac{(\underline{w} \delta^2)^{-1/\delta^2}}{\Gamma(1/\delta^2)} \cdot w^{1/\delta^2-1} \exp\left\{-\frac{w}{\underline{w} \delta^2}\right\} dw$$

$$P_{[\mathbf{K}_n]} = \dots$$

$$P_{[\mathbf{D}_n]} = \dots$$

$$\delta_M = \left\{ \frac{E\left\{\|[\mathbf{G}_M] - [\underline{G}_M]\|_F^2\right\}}{\|[\underline{G}_M]\|_F^2} \right\}^{1/2}$$

$$\delta = \left\{ \frac{E\{(w-\underline{w})^2\}}{\underline{w}^2} \right\}^{1/2} = \frac{\sigma}{\underline{w}}$$

$$[\mathbf{M}_n] = [\underline{L}_M]^T [\mathbf{G}_M] [\underline{L}_M]$$

Approche probabiliste mixte paramétrique et non p.

Principe dans Code_Aster

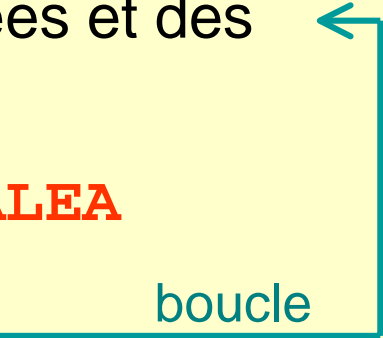
Étapes du calcul, méthode numérique de Monte Carlo

- Construction du modèle matriciel réduit moyen
- Génération des réalisations des matrices généralisées et des paramètres des non-linéarités

GENE_VARI_ALEA & GENE_MATR_ALEA

- Calcul de la réponse du système (modèle réduit)
- Calcul des statistiques sur les grandeurs d'intérêt

boucle
(python)



Incertitudes sur le modèle

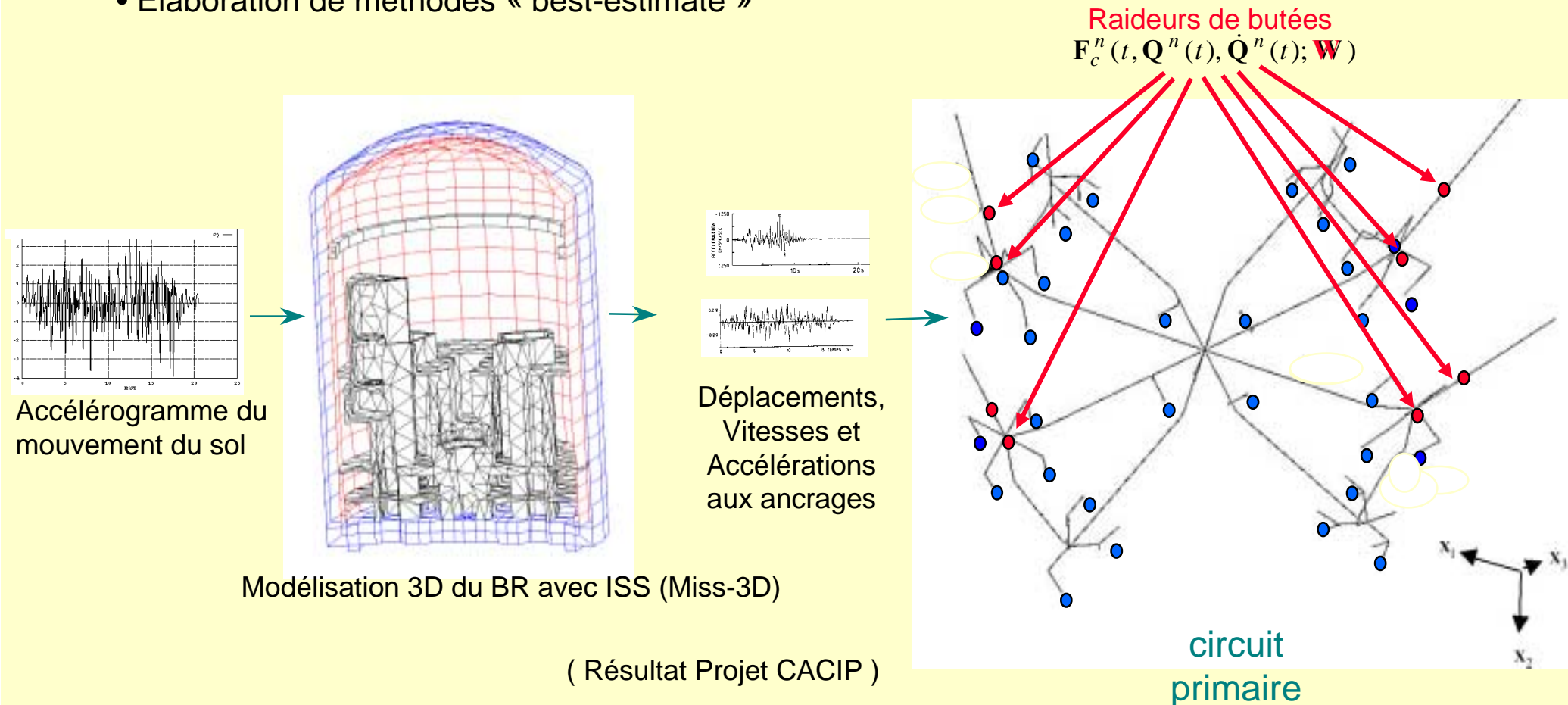
2. Approche probabiliste mixte (paramétrique et non paramétrique) appliquée au **circuit primaire**

Application au circuit primaire

Le modèle mécanique

Réévaluation sismique d'un circuit primaire principal (CPP)

- Identification et évaluation des marges des méthodes de dimensionnement
- Élaboration de méthodes « best-estimate »



Application au circuit primaire

Résultat : Intervalle de confiance

$$\text{Proba} \left\{ SRO_{\min}(\xi, \omega) < SRO(\xi, \omega) < SRO_{\max}(\xi, \omega) \right\} = 0.98$$

$$\delta_{[M_n],[D_n],[K_n]} = 0.2$$

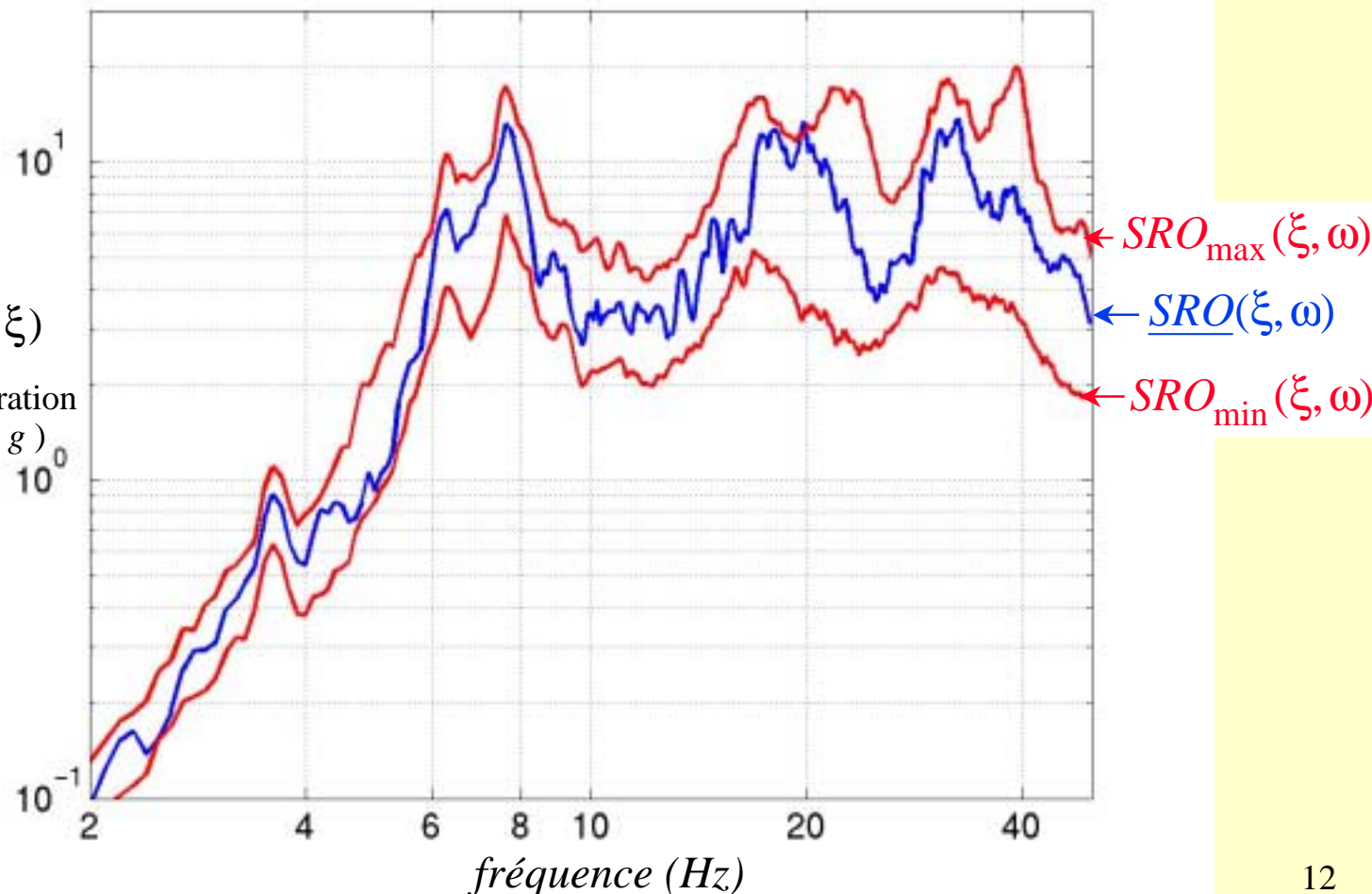
$$\delta_{k_{butées}} = 0.2$$

$$SRO_{\ddot{x}}(f, \xi)$$

(pseudo-accelération
normalisé par g)

nœud Branche en U
direction x3

(n=200, ns =700)



Application au circuit primaire

Évaluation de la sensibilité

UNE FORTE SENSIBILITE DE LA REPONSE DYNAMIQUE

(pour la bande de fréquences 15-50 Hz)

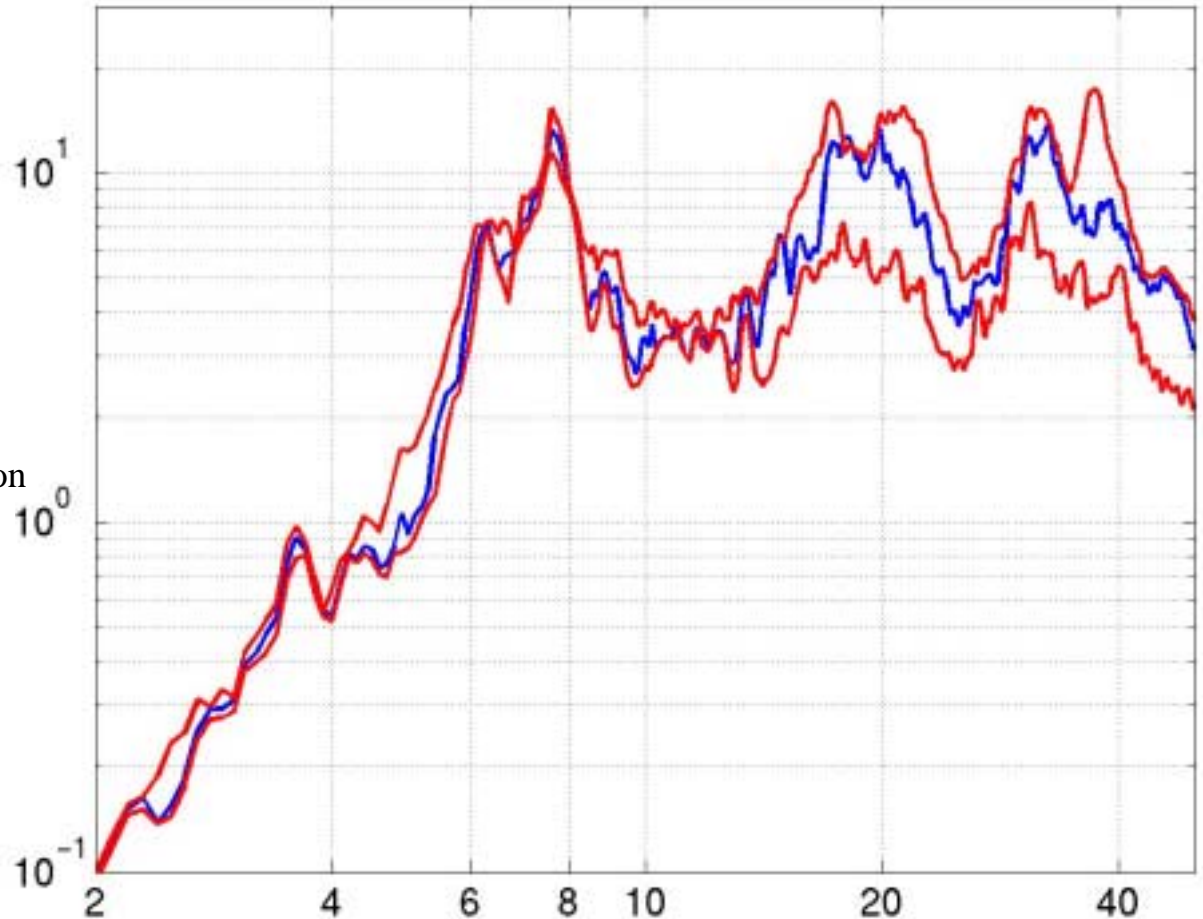
$$\delta_{[M_n],[D_n],[K_n]} = 2 \cdot 10^{-4}$$

$$\delta_{k_{butées}} = 2 \cdot 10^{-4}$$

$$SRO_{\ddot{x}}(f, \xi)$$

(pseudo-accélération
normalisé par g)

nœud Branche en U
direction x3



fréquence (Hz)

Application au circuit primaire

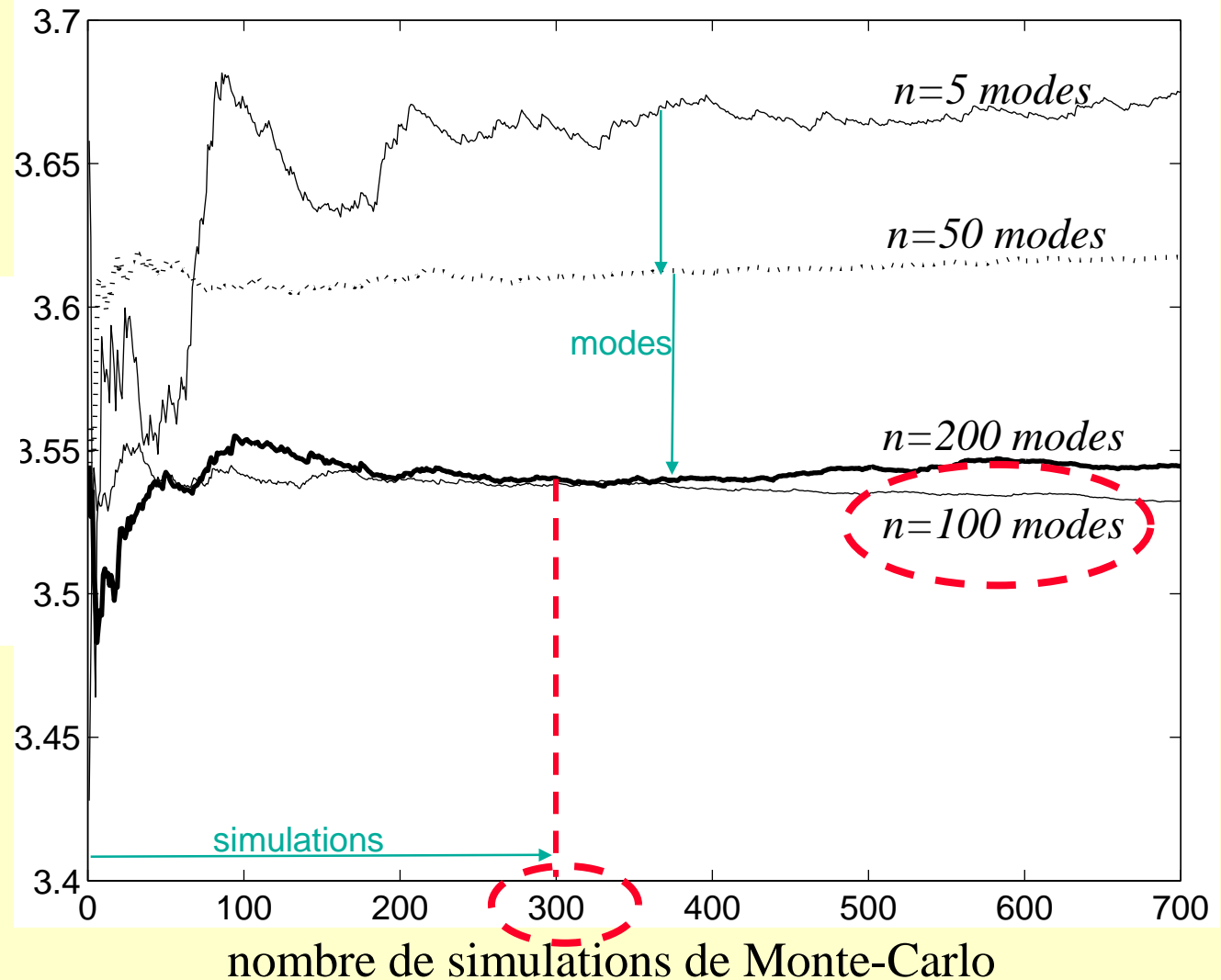
Vérification de la convergence

DOUBLE CONVERGENCE

$$\frac{1}{n_S} \sum_{i=1}^{n_S} \int_0^T \ddot{Z}_j^n(t; \theta_i)^2 dt$$

\approx

$$\| \ddot{Z}_j^n \|^2 = E \left\{ \int_0^T \ddot{Z}_j^n(t)^2 dt \right\}$$

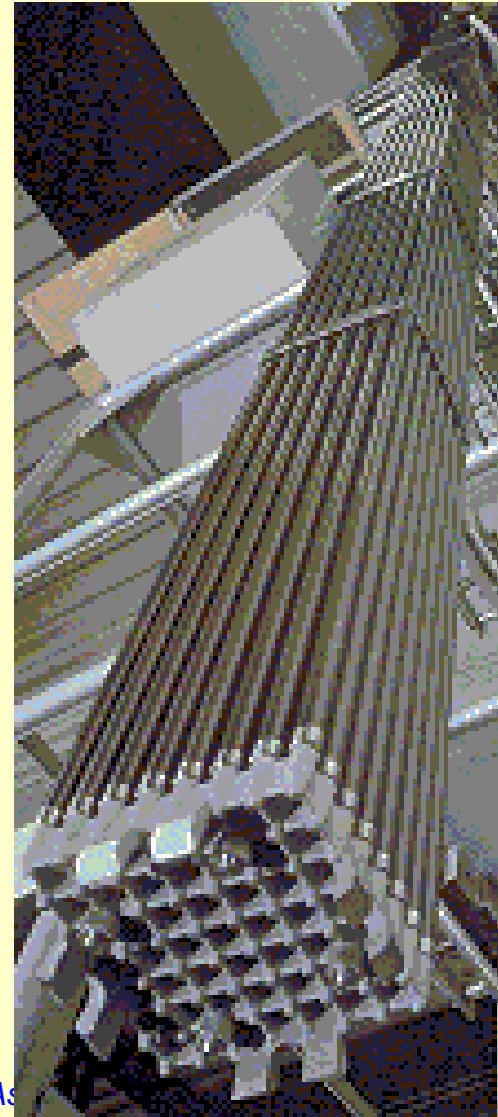


nombre de simulations de Monte-Carlo

3. Variabilité du chargement en plus : Assemblages combustibles

Incertitudes de modèle ET chargement aléatoire : *Application mixte aux assemblages combustibles*

Étude de l'énergie dissipée par frottement en fonction de la perte de précontrainte dans les assemblages combustibles

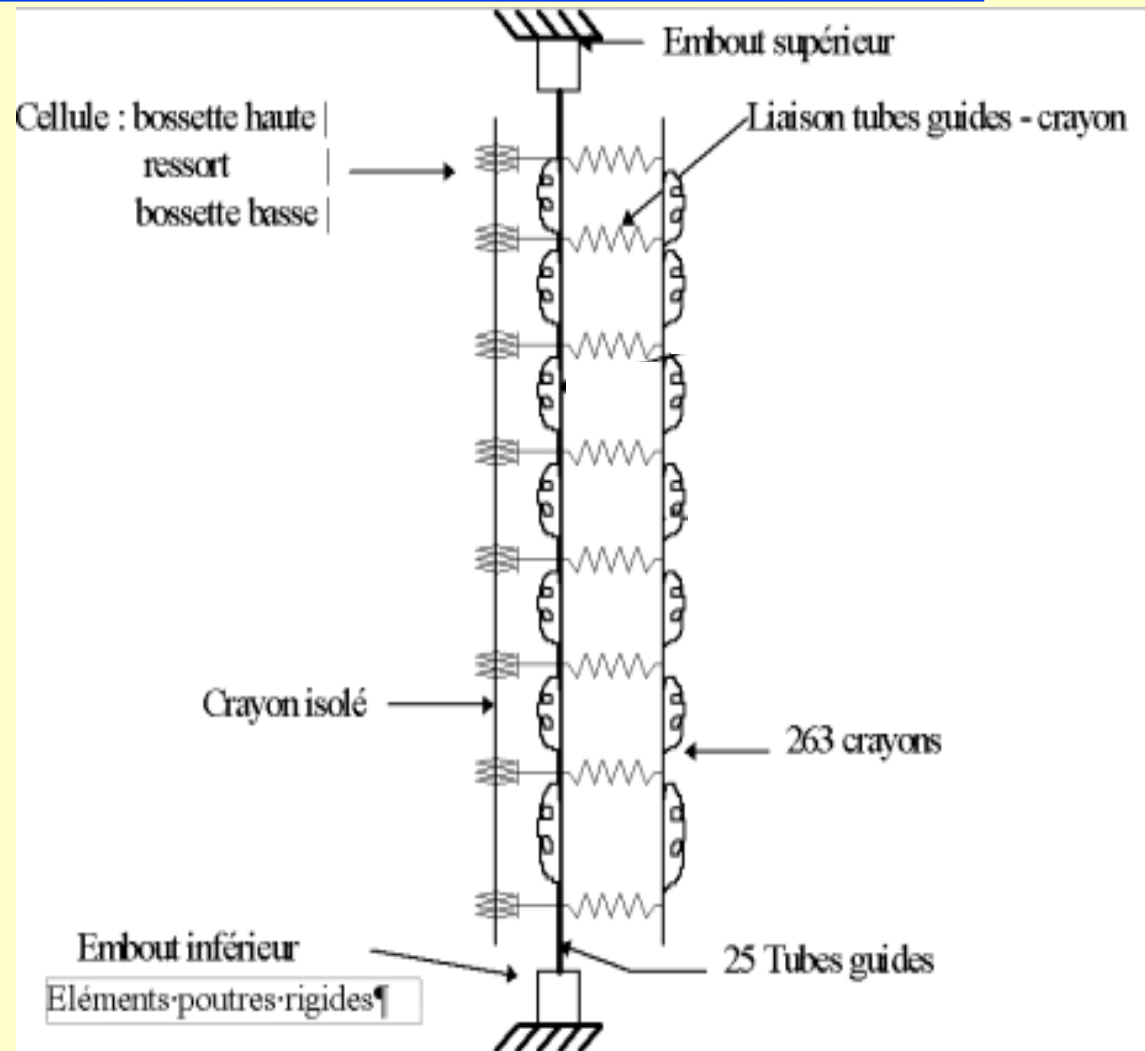


Incertitudes de modèle ET chargement aléatoire : Application mixte aux assemblages combustibles

Étude de l'énergie dissipée par frottement en fonction de la perte de précontrainte dans les assemblages combustibles

- 2 modèles NON LINEAIRES d'un crayon combustible dans son assemblage :
 - modèle « un crayon seul »
 - modèle « assemblage »
- excitations turbulentes (modèle préliminaire)

⇒ excitations temporelles
générées par
GENE_FONC_ALEA



Modèle « assemblage » (3 poutres)

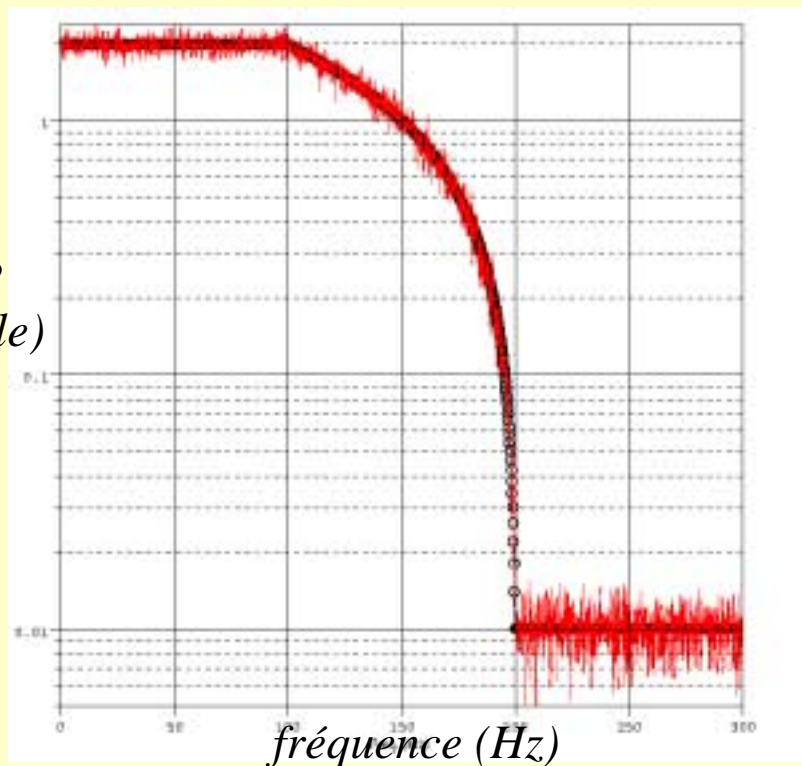
Incertitudes de modèle ET chargement aléatoire : Application mixte aux assemblages combustibles

GENE_FONC_ALEA : Génération de fonctions du temps ayant une
Densité Spectrale de Puissance donnée

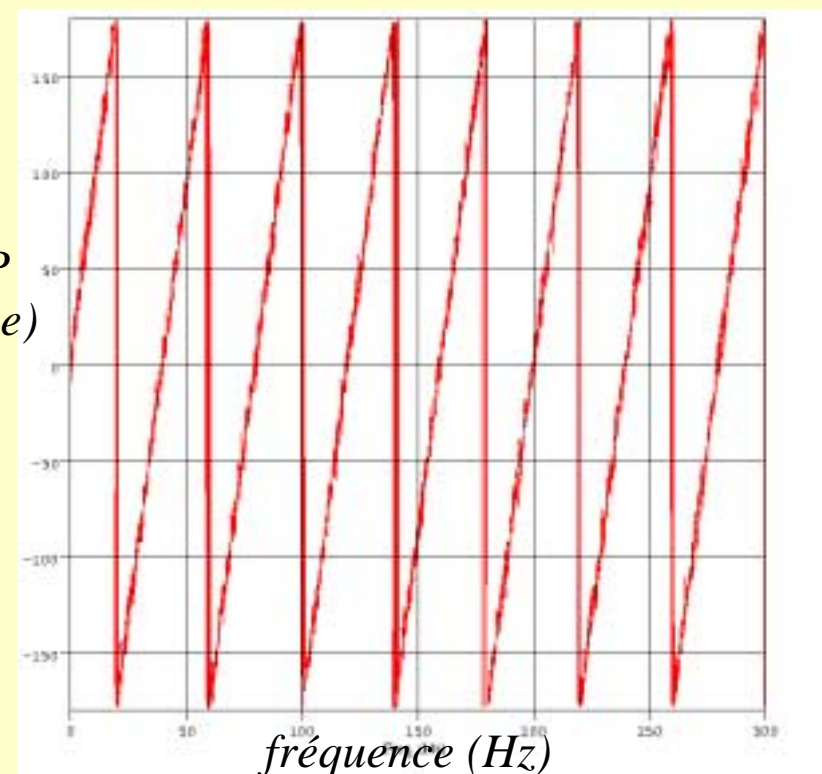
Exemple :

— *DSP cible* — *DSP calculée sur le signal temporel généré*

*DSP
(module)*



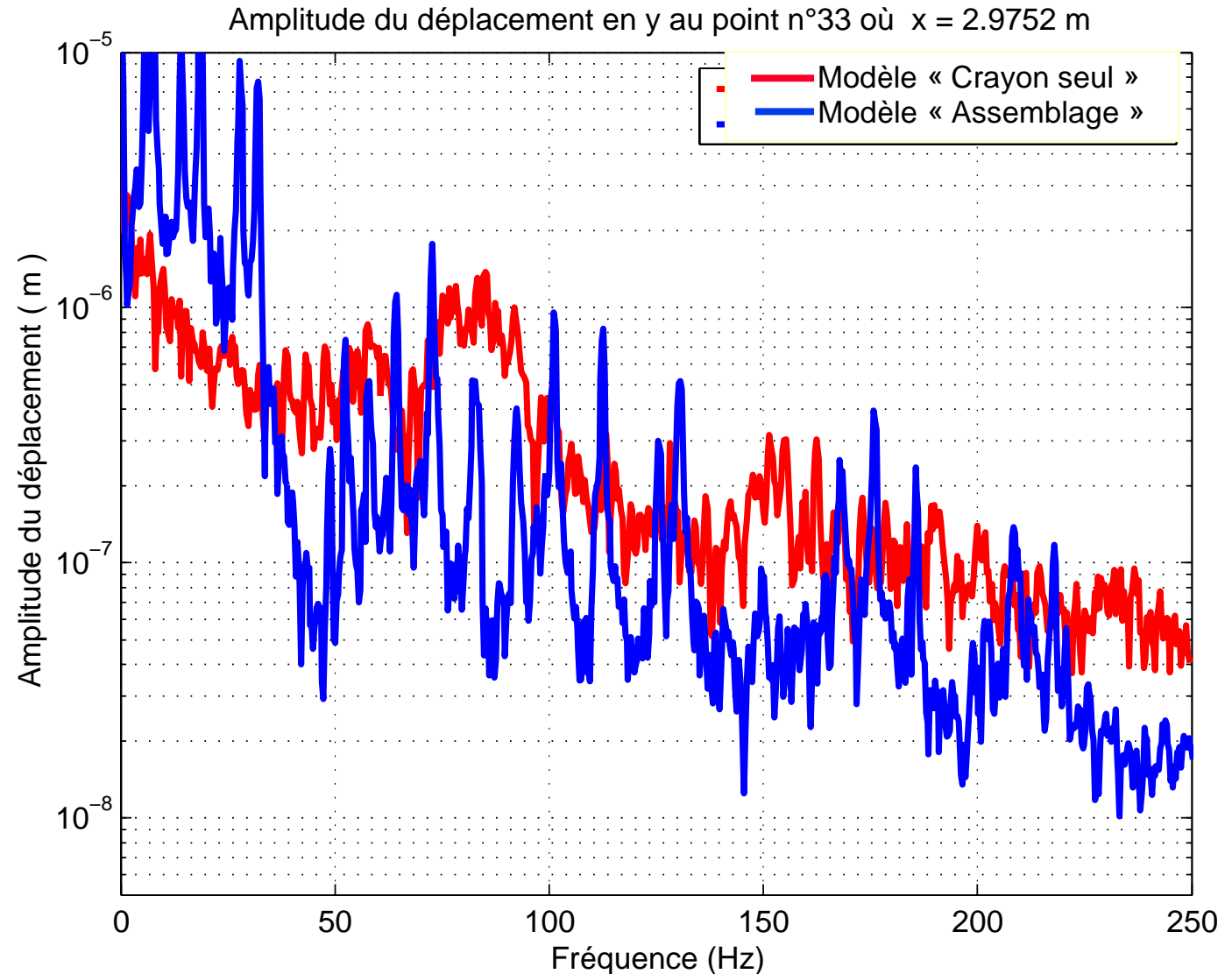
*DSP
(phase)*



Incertitudes de modèle ET chargement aléatoire : Application mixte aux assemblages combustibles

Mise au point des modèles :
Premier objectif :
statuer sur
l'équivalence des
deux modèles

- Les écarts sont-ils dus à une vraie divergence entre les deux modèles ?
- Suffit-il de faire varier les paramètres de l'un pour trouver les résultats de l'autre ?

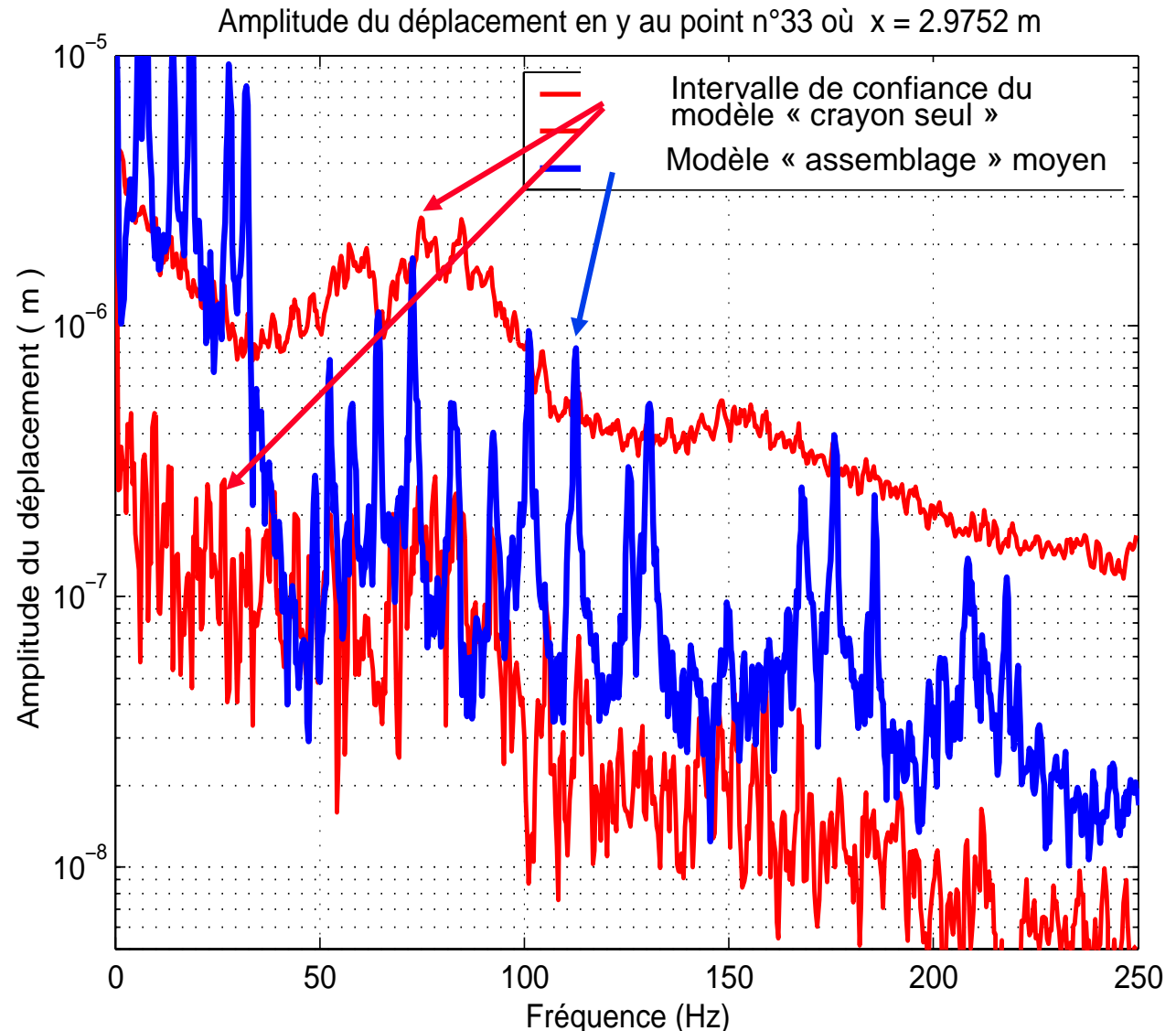


Incertitudes de modèle ET chargement aléatoire : Application mixte aux assemblages combustibles

➤ Il est difficile et pas très pertinent de faire varier les paramètres.

⇒ Introduction du modèle probabiliste non paramétrique sur le modèle « crayon seul »

⇒ Et comparaison avec les résultats du modèle « assemblage »



Dynamique probabiliste du circuit primaire et des assemblages combustibles

Conclusion

Dans les deux études présentées, les outils probabilistes de *Code_Aster* ont permis d'effectuer :

Des études de robustesse avec prise en compte quantifiable et explicite des incertitudes

- Étude de la sensibilité des résultats des modèles aux incertitudes,
- Comparaison de modèles différents
- ...

Une approche probabiliste non paramétrique dont les points forts sont :

- Pas de description probabiliste nécessaire pour chacun des paramètres locaux
(Identification limitée à trois coefficients de dispersion $\delta_{[M_n]}, \delta_{[D_n]}, \delta_{[K_n]}$)
- Prise en compte des incertitudes de modélisation
- Efficacité numérique : Construction du modèle réduit en dehors de la boucle de M.C.